

# Programme Ludus

Alain Franc\*, Marie-Jeanne Ouriachi\*\* & Frédérique Bertoncello\*\*

\*UMR BioGeCo, INRA & Université de Bordeaux ; Equipe Pleiade, INRIA  
Sud-Ouest

\*\*Université Côte d'Azur, CNRS, CEPAM, France

~

Contact: [marie-jeanne.ouriachi@unice.fr](mailto:marie-jeanne.ouriachi@unice.fr)

9 janvier 2017

**Référence:** Ce programme est celui écrit pour le travail réalisé dans le cadre du projet ANR *Transmondyn* et publié dans:

Marie-Jeanne Ouriachi, Frédérique Bertoncello & Alain Franc (2017), Transition 6 dite "romanisation" (IIe s. av. n. è. - Ie s. de n. è.), in Lena Sanders (coord.), *Transitions dans les systèmes de peuplement : observer, interpréter et simuler l'émergence du changement spatial*, Presses Universitaires de Tours, pp. 183 & sq.

## 1 Installation

▷ Le programme `ludus` est écrit en R et est exécuté dans un environnement R. Un exemple d'installation est donné ici, mais les utilisateurs qui ont d'autres habitudes n'auront aucune difficulté à traduire ces notes vers leur environnement préféré (comme RStudio).

▷ Le fichier `ludus.zip` contient

- deux jeux de données : `gains_Gaul.txt` et `gains_Imp.txt`
- un programme écrit en R: `ludus_0.0.1.r`

▷ Pour l'installer

1. Choisir sur son micro-ordinateur un répertoire où l'installer
2. Y recopier le fichier `Ludus.zip`
3. le décompresser, en général en double-cliquant dessus.

La décompression crée alors un sous-répertoire `Ludus`.

▷ Il faut que la librairie `igraph` soit installée. Si elle ne l'est pas, taper sous R

```
> install.packages("igraph")
```

▷ Pour exécuter le programme, sous R: aller dans le répertoire `Ludus`, et taper sous R

```
> source("ludus_0.0.1.r")
```

## 2 Idée du jeu

- ▷ Le programme simule un jeu itéré entre élites romaines et gauloises.
- ▷ Les élites romaines (Imperatores) disposent de trois leviers (choix) :

Stratégie	Valeur	Code	Nom
Recourir à la force	oui/non	1/0	Ia
Attribuer un statut privilégié à une cité	oui/non	1/0	Ib
Installer des colons	oui/non	1/0	Ic

- ▷ Les élites gauloises disposent de deux leviers (choix) :

Stratégie	Valeur	Code	Nom
Collaborer pour obtenir un statut avantageux	oui/non	1/0	Ga
Accepter l'installation de colons romains	oui/non	1/0	Gb

- ▷ Une stratégie est une combinaison de choix pour chacun des leviers. Par exemple, pour le pouvoir romain, la stratégie 010 code

- Ne pas recourir à la force
- Attribuer un statut privilégié à la cité des élites gauloises
- Ne pas installer de colons romains

- ▷ Un état du jeu est la connaissance d'une stratégie pour les élites romaines et une stratégie pour les élites gauloises. Par exemple, l'état 010|10 est une situation où les élites romaines choisissent la stratégie 010 et les élites gauloises 10.

- ▷ Les gains pour chacun des joueurs se lisent alors dans les tableaux `gains_Imp.txt` et `gains_Gaul.txt`.

## 3 Que fait le programme ?

- ▷ Lecture des fichiers
- ▷ Caractérisation des stratégies possibles, et affichage

```
[1] 000|00 000|10 000|11 001|00 001|10 001|11 010|00 010|10 010|11 011|00
[11] 011|10 011|11 100|00 100|10 100|11 101|00 101|10 101|11 110|00 110|10
[21] 110|11 111|00 111|10 111|11
```

- ▷ Affichage des gains pour chacune des stratégies, pour les élites romaines (I) et gauloises (G)

```
      I  G
000|00 -4 -1
000|10  4  2
000|11 -2  1
```

```

001|00 -2 -1
001|10 2 1
001|11 3 2
010|00 -1 -1
010|10 3 2
010|11 2 1
011|00 -3 -1
011|10 1 1
011|11 4 2
100|00 1 2
100|10 -3 1
100|11 -4 -2
101|00 2 2
101|10 -2 -1
101|11 -2 1
110|00 3 -1
110|10 -4 2
110|11 -3 1
111|00 4 -1
111|10 -1 1
111|11 1 2

```

▷ Construction et affichage du graphe de la dynamique du jeu. C'est un graphe où chaque nœud est un état du jeu, et qui contient une flèche de l'état  $i$  vers l'état  $j$  si :

- un seul levier change entre les deux états, soit pour les élites romaines, soit pour les élites gauloises
- de  $i$  vers  $j$  si  $g(j) > g(i)$  où  $g(i)$  est le gain du joueur (I ou G) dont le levier a changé de  $i$  vers  $j$  quand il est en  $i$ , et  $g(j)$  le gain du même joueur quand il est en  $j$

Exemple (voir figure 1): il y a une flèche de  $i = 010|10$  vers  $j = 000|10$ , car

- Seul le levier Ib a changé entre  $i$  et  $j$
- le gain  $g(i)$  des Imperatores pour  $i = 010|10$  est 3, et  $g(j)$  pour  $j = 000|10$  est 4
- d'où une flèche de  $i = 010|10$  vers  $j = 000|10$  car  $4 > 3$ .

Le graphe du jeu est enregistré dans le fichier 'dynamique\_du\_jeu.png'.

▷ La dynamique du jeu est également sauvegardée dans un fichier `dynfile.txt`. Ce fichier indique (exemple) que pour l'état `000|00`, les Imperatores ont un gain de `-4` et les élites gauloises de `-1`. Si les Imperatores choisissent la stratégie `001`, leur gain devient `-2`, et celui des Gaulois reste à `-1`. Et ainsi de suite ...

```

Dynamique du jeu
Sun Jan 8 10:25:41 2017

```

```

-----
-----

```

```

000 00 -4 -1
-----
I 001 -2 -1
I 010 -1 -1
I 011 -3 -1
I 100 1 2
I 101 2 2
I 110 3 -1
I 111 4 -1
G 10 4 2
G 11 -2 1
-----
000 10 4 2
-----
-----
000 11 -2 1
-----
I 001 3 2
I 010 2 1
I 011 4 2
I 111 1 2
G 10 4 2
[...]

```

▷ Calcul des équilibres de Nash. Un équilibre de Nash est un état du jeu où chaque stratégie (I, G) choisie par un joueur est la meilleure réponse en terme de gain vis à vis de la stratégie choisie par l'autre joueur. Concrètement, aucun des deux joueurs n'a intérêt à changer de stratégie. C'est un noeud du graphe du jeu qui est un puits: toutes les flèches liées à cet état y arrivent, aucune n'en sort. Le programme affiche les équilibres de Nash.

```

-----
Equilibres de Nash
-----
abc|xy est un equilibre de Nash si
abc est la meilleure reponse imperator à xy
et
xy est la meilleure reponse des gaulois à abc
-----
[1] 000|10
[1] 011|11

```

▷ Calcul des équilibres de Pareto. Un équilibre de Pareto est un état du jeu où aucun des joueurs ne peut améliorer son gain sans que le gain de l'autre joueur ne diminue. Le programme affiche les équilibres de Pareto

```

-----
Equilibres de Pareto
-----
Pas d'equilibre de Pareto ...

```

▷ Graphe des stratégies optimales. Dans le graphe du jeu, une flèche  $i \rightarrow j$  indique que le joueur dont le levier change de  $i$  à  $j$  a intérêt à changer son levier quand l'état du jeu est  $i$ . Dans beaucoup de situations, il peut avoir plusieurs choix. Parmi ceux là, un seul (de façon générale) assure un gain optimal. Le gain peut encore être amélioré si le joueur actionne plusieurs leviers simultanément. Le graphe des stratégies optimales indique ce choix, avec les conventions

- une flèche verte si le choix est celui des élites gauloises
- une flèche rouge si le choix est celui des élites romaines

les équilibres de Nash sont figurés par des pastilles jaunes. Le graphe du jeu est enregistré dans le fichier `strategies_optimales.png`. On voit que si l'état du jeu est 101|10

- la stratégie optimale pour les Romains est de le mener vers l'équilibre de Nash 000|10
- la stratégie optimale pour les Gaulois est de l'amener vers l'état 101|00
- d'où les Romains le mènent vers 111|00
- puis les Gaulois vers 111|11
- puis les Romains vers l'autre équilibre de Nash 011|11

## 4 Fichiers d'entrée

▷ Le programme lit deux fichiers d'entrée:

1. `gains_Gaul.txt`
2. `gains_Imp.txt`

▷ Chacun de ces fichiers est un tableau excel, avec des tabulations comme séparateurs entre les colonnes. Il y a un tableau pour les gains des Imperatores, et un tableau pour les gains des élites gauloises. Le nom du joueur auquel se rattache le tableau est donné en cellule A1. Dans les deux tableaux, les stratégies des Imperatores sont en ligne, et celles des élites gauloises en colonne. Chaque cellule indique le gain correspondant à cet état du jeu pour le joueur dont c'est le tableau.

▷ L'utilisateur du programme peut changer ces valeurs en respectant le format du tableau indiqué ici. Il peut en changer les noms, en changeant alors les lignes 21 & 22 du programme:

```
# Fichiers a lire
# -----
Imp_file <- "gains_Imp.txt"
Gaul_file <- "gains_Gaul.txt"
```

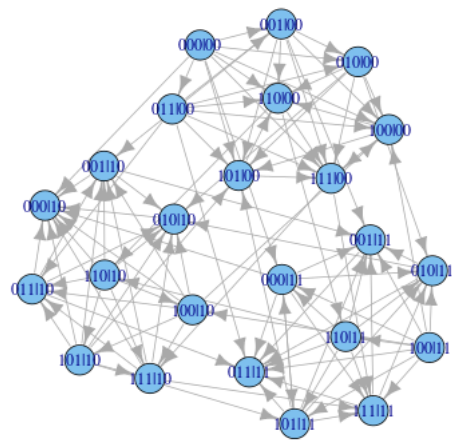


Figure 1: Graphe de la dynamique du jeu

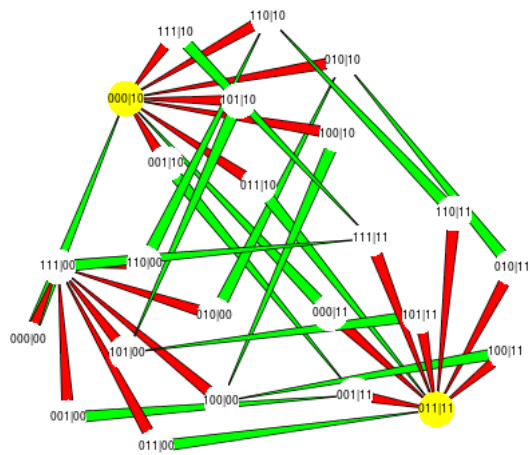


Figure 2: Stratégies optimales